分布関数

確率変数 X の分布関数 $F(x)$ が次で与えられているとする．
この時, 次の問いに答えよ．

$$F(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ \frac{x}{2} & (0 \leqq x < 2) \\ 1 & (2 \leqq x) \end{cases}$$

(1) $P(X > 1)$ を求めよ．

(2) $E[X]$ を求めよ．

$F(x) = P(X \leqq x)$

ex

$F(1.5) = P(X \leqq 1.5)$

(1) $P(X > 1)$

$= 1 - P(X \leqq 1)$

$= 1 - F(1)$

$= 1 - \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ //

(2) $E[X] = ?$

$0 \leqq x < 2$ のとき

$f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)' = \frac{1}{2}$

$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)$

$f(x) = F'(x)$

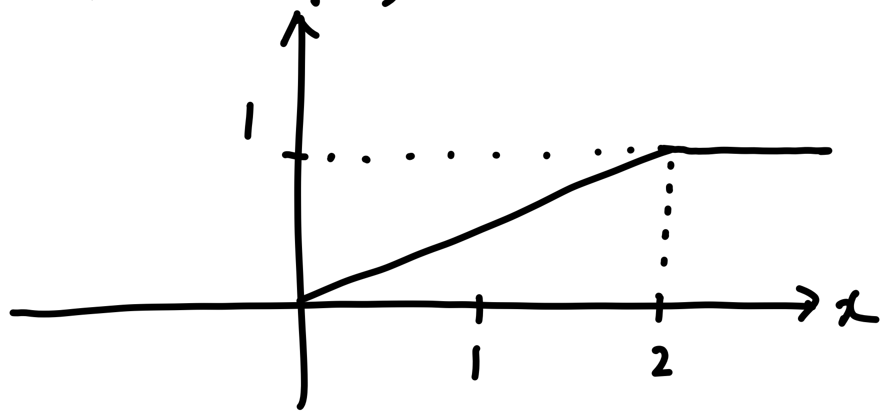
$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\, dx$

$= \int_{-\infty}^{0} x \cdot 0\, dx + \int_{0}^{2} x \cdot \frac{1}{2}\, dx + \int_{0}^{\infty} x \cdot 0\, dx$

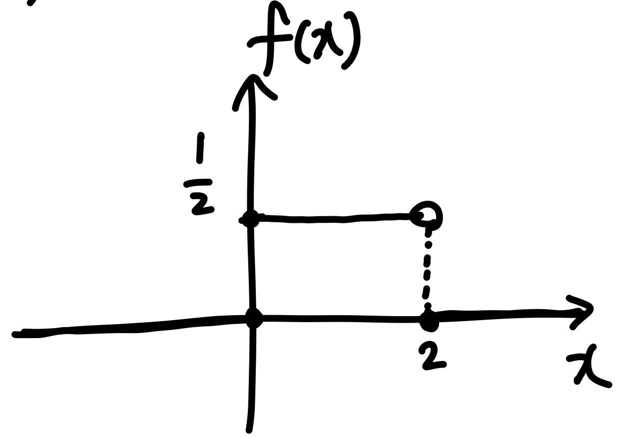
$= \left[\frac{1}{4}x^2\right]_0^2 = 1$

1 //

$F(x)$ のグラフ



$f(x)$ のグラフ



一様分布

$Y \sim U(a, b)$

$E[Y] = \frac{a+b}{2}$

$X \sim U(0, 2)$

$E[X] = \frac{0+2}{2}$

$= 1$